

DOI: [10.29252/ARIDBIOM.2023.20698.1962](https://doi.org/10.29252/ARIDBIOM.2023.20698.1962)

کاربرد تابع کاپولا در تحلیل چندمتغیره شاخص خشکسالی جریان

(مطالعه موردی: حوضه سد استقلال میناب)

(مقاله پژوهشی)

- ۱- فاطمه پورحقوقوردی، دانشجوی دکتری علوم و مهندسی آبخیزداری، گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.
- ۲- ام‌البنین بذرافشان*، دانشیار گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.
o.bazrafshan@hormozgan.ac.ir
- ۳- حمید غلامی، دانشیار گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.
- ۴- مرضیه شکاری، استادیار گروه آمار و ریاضی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.
- ۵- حسین زمانی، استادیار گروه آمار و ریاضی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.

دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۱۱

پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۲۷

چکیده

در تحلیل فراوانی خشکسالی به‌عنوان یک پدیده چندوجهی، خلاصه‌کردن رویداد در یک متغیر، سبب کاهش اعتمادپذیری نتایج می‌گردد. تحلیل فراوانی دو و چندمتغیره خشکسالی با استفاده از توابع کاپولا، این امکان را فراهم می‌کند که دوره بازگشت یک رویداد خشکسالی با شدت، تداوم و پیک مشخص برآورد شود. در این مطالعه، شاخص خشکسالی جریان برای بررسی ویژگی‌های خشکسالی با استفاده از جریان ماهانه ایستگاه برنطین حوزه آبخیز سد استقلال میناب، با در نظر گرفتن مقیاس‌های زمانی ۱۲ ماهه مورد استفاده قرار می‌گیرد. ضریب همبستگی اسپیرمن برای تجزیه و تحلیل وابستگی بین متغیرهای خشکسالی هیدرولوژیکی و شش تابع توزیع حاشیه‌ای برای مدل‌سازی آنها مورد استفاده قرار گرفت و سپس با استفاده از کاپولای خانواده‌ی ارشمیدسی و بیضوی بهترین مفصل انتخاب و تحلیل چندمتغیره شرطی و ریسک خشکسالی جریان صورت پذیرفت. تجزیه و تحلیل توزیع حاشیه‌ای نشان داد، توزیع‌های گاما، لوگ نرمال و ویبول به‌ترتیب برای شدت، تداوم و پیک خشکسالی بهترین توزیع‌ها هستند و نتایج برازش کاپولا نشان می‌دهد، بهترین تابع کاپولا در تحلیل وابستگی بین متغیرها کاپولای فرانک است. احتمال شرطی سه متغیره شدت خشکسالی در تداوم‌های ۲۰، ۵۰، ۸۰ و ۱۰۰ ساله و پیک ۱ و ۱/۵ مورد بررسی قرار گرفت. این آستانه‌ها با توجه به این که بیشترین فراوانی را در منطقه مورد مطالعه داشتند، انتخاب گردید. نتایج حاکی از آن است که با ثابت‌ماندن تداوم خشکسالی و افزایش پیک از ۱ به ۱/۵ احتمال شدت خشکسالی کاهش می‌یابد اما با افزایش تداوم و شدت خشکسالی، پیک خشکسالی نیز افزایش می‌یابد.

واژگان کلیدی: مشخصه‌های خشکسالی، دوره‌بازگشت شرطی، تحلیل توأم، کاپولای فرانک.

مقدمه

است که در آن، خشکسالی به‌عنوان کمبود آب در مقایسه با شرایط طبیعی رخ می‌دهد. همچنین، رویدادهای خشکسالی به‌عنوان «فاجعه خزننده یا بلای خزننده» ذکر شده است [۳].

خشکسالی هیدرولوژیکی به افت آب‌های سطحی و زیرزمینی اشاره دارد که در نتیجه کمبود بارش طولانی مدت رخ می‌دهد.

خشکسالی یک فاجعه طبیعی است که به‌دلیل آسیب‌های بالقوه آن که عمدتاً به بخش آب و نهایتاً اقتصاد وارد می‌سازد، توجه جوامع را به خود جلب می‌کند. در مطالعات گذشته و اخیر، خشکسالی‌ها به‌طور جامع با در نظر گرفتن یک یا چند جنبه از این پدیده توسط چندین محقق تعریف شده‌اند. با این حال، شفیلد و وود در سال ۲۰۱۲ بیان می‌کنند که ساده‌ترین تعریف خشکسالی این

تجمعی تک‌متغیره (CDFs^۷) مختلف را با توابع توزیع تجمعی مشترک خود ترکیب می‌کنند، برای غلبه بر این مشکلات مورد استفاده قرار می‌گیرند.

کاپولا برای اولین بار توسط اسکالر در سال ۱۹۵۹ معرفی شد [۱۴] و به‌طور گسترده در بسیاری از موضوعات هیدرولوژی مانند تجزیه و تحلیل منحنی‌های شدت بارندگی-مدت-فراوانی [۱۵]، کیفیت آب‌های زیرزمینی [۱۶]، سنجش از دور [۱۷] و تحلیل فراوانی خشکسالی استفاده می‌شود [۱۷].

مدل‌سازی توزیع‌های مشترک کاپولا در تحقیقات مختلف مورد توجه قرار گرفته است. برای مثال، شیائو [۱۰] مطالعه‌ای را برای مدل‌سازی مدت و شدت خشکسالی با استفاده از کاپولاهای دوبعدی شامل علی‌میخائیل حق، کلایتون، گامبل، فرانک، گلامبوس و پلاکت انجام داده است. بر اساس نتایج بدست‌آمده، توزیع نمایی و گاما به ترتیب در ایستگاه واشنگتون واقع در جنوب تایوان برای مدت خشکسالی و شدت خشکسالی به کار گرفته شده است.

میرعباسی و همکاران [۱۸] در تحلیل فراوانی دومتغیره خشکسالی با استفاده از کاپولا، کاپولای گلامبوس را به عنوان بهترین مدل معرفی نمودند. اسکندری پور و سلطان‌نیا [۱۹] از توابع کاپولا برای تحلیل فراوانی مدت و شدت خشکسالی در شهر یزد استفاده نمودند. براساس نتایج، کاپولای کلایتون بهترین کاپولا در میان خانواده ارشمیدسی معرفی شد.

آشیته و همکاران [۲۰] در الجزیره به تحلیل چندمتغیره خشکسالی هوا-هیدرولوژیکی با استفاده از توابع کاپولا پرداختند. از متغیرهای خشکسالی، شدت، تداوم و بزرگی خشکسالی برای تحلیل فراوانی استفاده نمودند. نتایج نشان داد، با ثابت‌ماندن شدت و مدت خشکسالی، افزایش بزرگی سبب کاهش دوره بازگشت می‌شود. اژدری و همکاران [۲۱] به مقایسه کاربرد کاپولا با روش‌های خطی آمار شامل PCA و CCA پرداختند. نتایج نشان داد، کاپولا به‌طور موفقیت‌آمیزی قادر به نمایش همبستگی بین متغیرهای خشکسالی است و در نمایش وقایع خشکسالی تاریخی بهتر عمل نموده است.

روش‌های متعددی برای پایش و شبیه‌سازی رویدادهای خشکسالی وجود دارد، که در این زمینه، می‌توان به شاخص‌های خشکسالی اشاره نمود. علاوه بر این، شاخص‌های خشکسالی به‌عنوان ابزارهایی برای تشخیص، مشاهده و ارزیابی رویدادهای خشکسالی تعریف می‌شوند؛ به‌طوری‌که بیش از ۱۵۰ شاخص توسط نیمیر [۵] معرفی شده است. شاخص‌هایی مانند شاخص شدت خشکسالی هیدرولوژیکی پالم (PHDI^۱) [۸]، شاخص تأمین ذخایر استاندارد شده (SRSI^۲) [۹]، شاخص سطح آب استاندارد شده (SWI^۳) [۱۱]، شاخص جریان (SDI^۴) [۱۳]، شاخص تأمین آب سطحی (SWSI^۵) [۲] برای تجزیه و تحلیل خشکسالی هیدرولوژیکی استفاده می‌شوند.

شدت، مدت و پیک، سه ویژگی خشکسالی هستند که مورد توجه محققان قرار گرفته است زیرا آن‌ها برای مدیریت منابع آب، طراحی پروژه‌های هیدرولوژیکی-هیدرولیکی و برنامه‌های عملیاتی خشکسالی اهمیت دارند. این ویژگی‌ها توسط محققان به‌عنوان متغیرهای تصادفی گزارش شده‌اند که با یکدیگر در ارتباط هستند [۶،۴]. به‌دلیل پیچیدگی خشکسالی‌ها، یک شاخص قادر به اطمینان از ارزیابی دقیق خشکسالی‌ها نیست زیرا مؤلفه‌های خشکسالی مانند مدت، شدت، پیک و فراوانی بر خشکسالی تأثیر دارند [۱۷].

شیائو [۱۰] اشاره کرده است از آنجا که خشکسالی‌ها تصادفی هستند، بهتر است از نظریه‌های احتمالاتی توأم برای تشخیص آن‌ها استفاده شود. علاوه بر این، خشکسالی‌ها را باید به‌عنوان رویدادهای چندمتغیره در نظر گرفت تا تک‌متغیره. به‌منظور بدست آوردن توزیع مشترک ویژگی‌های خشکسالی، از توزیع‌های چندمتغیره کلاسیک استفاده شده است. با این حال، این توابع محدودیت‌هایی دارند، مانند الزام به این که توزیع حاشیه‌ای ویژگی‌های خشکسالی از توزیع یکسان نشأت می‌گیرد [۱۲]. بنابراین، توابع کاپولا^۶ که توابع توزیع

1. Palmer Hydrological Drought Index

2. Standardized reserve supply Index

3. Standardized water level Index

4. Stream drought Index

5. Surface water supply Index

6. Copula

7. Cumulative distribution functions

شامل شهرستان‌های جیرفت، کرمان و شهرستان میناب استان هرمزگان واقع شده است که حدود ۴۰ درصد در استان هرمزگان و حدود ۶۰ درصد از وسعت آن در استان کرمان قرار دارد. این حوزه آبخیز در ناحیه شرقی ایران و شمال شرقی شهرستان میناب و در فاصله بین $48^{\circ} 56'$ تا $59^{\circ} 57'$ شرقی و 27° تا $28^{\circ} 32'$ عرض شمالی واقع گردیده است.

حوزه آبخیز رودخانه میناب از لحاظ منابع آب و کشاورزی یکی از حوزه‌های پرآب محسوب می‌شود و آب آن قابلیت شرب خوبی برخوردار است. این رودخانه دائمی بوده و رژیم آن بارانی و سیلابی است. دارای اقلیم گرم و فراخشک و متوسط بارش $192/5$ میلی‌متر است [۲۱].

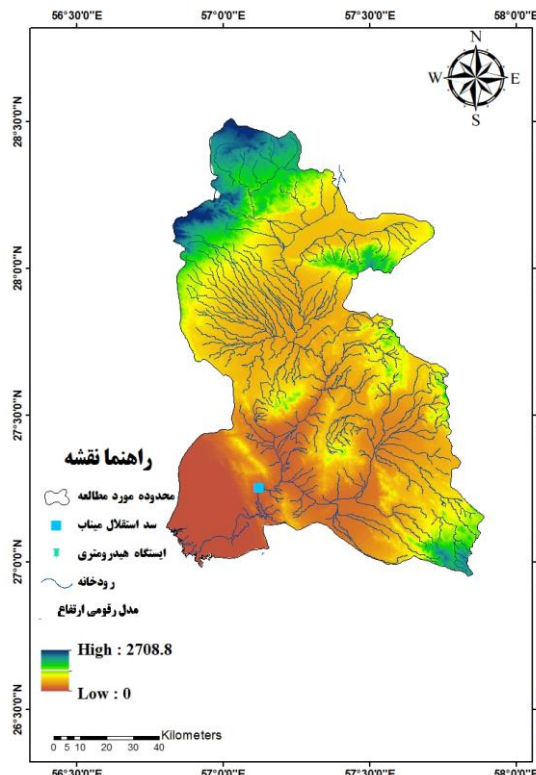
جدول ۱، مشخصه‌های آماری جریان رودخانه میناب را نشان می‌دهد. دبی متوسط سالانه $30/82$ مترمکعب بر ثانیه است که بیشترین میزان دبی $423/26$ و کمترین میزان یک مترمکعب بر ثانیه ثبت شده است. دوره آماری موجود و مورد استفاده در تحقیق حاضر از سال ۱۳۶۵ تا ۱۳۹۷ است.

با توجه به مزایای کاپولا در بررسی ساختار همبستگی متغیرها، موفقیت آن در مدل‌سازی چندمتغیره خشکسالی توسط محققان خاطر نشان شده است. همچنین از آنجا که تحلیل دوره بازگشت و ریسک خشکسالی اهمیت حیاتی برای تصمیم‌گیری طرح‌های مرتبط با آب دارد، لذا هدف از مطالعه حاضر، کاربرد کاپولاهای ارشمیدسی و بیضوی برای بررسی ساختار همبستگی بین متغیرهای خشکسالی هیدرولوژیکی، تحلیل فراوانی سه متغیره خشکسالی و بررسی دوره‌های بازگشت شرطی در حوضه سد استقلال میناب است. مطالعات گذشته در زمینه خشکسالی هیدرولوژیکی عموماً از شاخص‌های تک‌متغیره استفاده نموده و در زمینه کاربرد کاپولا در تحلیل فراوانی کمتر تحقیقی دیده شده است.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه، حوضه آبخیز سد استقلال میناب با مساحتی معادل 1051900 هکتار از مهم‌ترین آبخیزهای سواحل دریای عمان و خلیج فارس در استان هرمزگان است. این رودخانه در مناطق وسیعی از استان کرمان،



شکل ۱- موقعیت محدوده و ایستگاه مورد مطالعه (حوزه آبخیز میناب)

جدول ۱- مشخصات دبی متوسط سالانه (مترمکعب برثانیه) در منطقه مورد مطالعه

متغیر	میانگین	انحراف معیار	میانه	مینیمم	ماکزیمم	چولگی	کشیدگی
دبی جریان	۳۰/۸۲	۶۱/۴۴	۱۱/۸۴	۱	۴۲۳/۲۶۷	۴/۳۷	۲۱/۳۹

$$S = \left| \sum_{i=1}^D SPI_i \right| \quad (5)$$

که در آن، D: طول مدت خشکسالی، te: زمان خاتمه خشکسالی و t0: زمان آغاز خشکسالی است.

ساختار همبستگی بین متغیرها، توابع توزیع حاشیه‌ای، توابع کاپولا

تحلیل همبستگی بین ویژگی‌های خشکسالی

اولین شرط کاربرد مدل کاپولا، همبستگی بین متغیرهاست. در این مطالعه، برای تصمیم‌گیری در مورد این که آیا ویژگی‌های خشکسالی برای توزیع مشترک مناسب هستند، ضریب همبستگی اسپیرمن مورد استفاده قرار گرفت. این ضریب همبستگی میزان همبستگی میان دو متغیر ترتیبی را نشان می‌دهد و به‌جای استفاده از خود مقادیر متغیرها از رتبه‌های آنان استفاده می‌شود. رابطه‌ی مربوط به ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۳].

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n [D]^2}{n(n^2 - 1)} \quad (6)$$

که در آن، D: تفاوت بین رتبه‌های اعضای متناظر دو گروه مورد بررسی و n: حجم هر گروه است.

توابع توزیع‌های حاشیه‌ای

تعیین یک توزیع حاشیه‌ای که شدت، مدت و پیک خشکسالی را به بهترین شکل مدل می‌کند برای ساخت توابع احتمال مشترک در کاپولا الزامی است [۷]. بنابراین توزیع‌های نرمال، لوگ‌نرمال، گاما، ویبول، نمایی و لجستیک برای مدل‌سازی متغیرهای ذکر شده بکارگرفته می‌شود و بهترین توزیع‌ها بر اساس نتایج آزمون

شاخص رواناب استاندارد شده (SRI¹)

یکی از شاخص‌های اساسی در مطالعه خشکسالی، شاخص رواناب استاندارد شده می‌باشد که اساس محاسبه آن مانند SPI² است [۱۲]. این شاخص از روابط ۱ و ۲ و ۳ قابل محاسبه است.

$$V_{i,k} = \sum_{j=1}^k Q_{i,j} \quad (1)$$

$$y_{i,k} = \ln(V_{i,k}) \quad (2)$$

$$SRI_{i,k} = \frac{y_{i,k} - \bar{y}_k}{S_{y,k}} \quad (3)$$

که در آن، Q_{i,j}: دبی ماه jام از سال آبی iام، V_{i,k}: مقدار تجمعی دبی در دوره k ماهه از سال آبی iام، y_k و S_{y,k} به ترتیب میانگین و انحراف معیار داده‌ها هستند.

خصوصیات خشکسالی

مشخصه‌های خشکسالی مورد بررسی در این تحقیق شامل شدت، مدت و پیک خشکسالی است که با استفاده از تئوری ران استخراج شد. مدت خشکسالی تعداد فواصل زمانی که در آن SRI کمتر از صفر باشد (رابطه ۴). شدت خشکسالی، قدرمطلق مقادیر تجمعی خشکسالی در تداوم خشکسالی معرفی می‌گردد (رابطه ۵). پیک خشکسالی حداقل مقدار (شدیدترین خشکسالی) در طول دوره خشکسالی می‌باشد [۲۲].

$$D = t_e - t_0 \quad (4)$$

¹. Standardized Runoff Index

². Standardized Precipitation Index

تاون و t-EV)، گروه‌های دیگر (پلاکت و فارلی-گمبل-مورگنستر).

در بین گروه‌های مختلف، ارشمیدسی و متا-بیضوی در زمینه هیدرولوژی رایج‌ترند. در این مطالعه، برای بدست آوردن توزیع‌های مشترک و دوره بازگشت از توزیع‌های حاشیه‌ای، کاپولای کلایتون، گمبل، t-student و فرانک، جو و علی میکائیل حق استفاده شده است.

دوره بازگشت شرطی

دوره بازگشت شرطی سه متغیره را به صورت زیر تعریف می‌گردد [۴]:

(۸)

$$T_{DSP} \cap = \frac{E(L_d)}{1 - F_D(d) - F_S(s) - F_P(p) + F_{DS}(d,s) + F_{DP}(d,p) + F_{SP}(s,p) - F_{DSP}(d,s,p)}$$

$$= \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) - F_P(p) + C_{DS}(u_d, u_s) + C_{DP}(u_d, u_p) + C_{SP}(u_s, u_p) - C_{DSP}(u_d, u_s, u_p)}$$

که در این معادله، L: فاصله زمانی بین دو رویداد متوالی خشکسالی است و E(L): فاصله زمانی مورد انتظار یا امید ریاضی بین رخداد‌های متوالی می‌باشد و P, D, S به ترتیب شدت، مدت و پیک خشکسالی است.

نتایج

ارزیابی کارایی توابع توزیع حاشیه‌ای بر رواناب ۱۲ ماهه

قبل از تحلیل فراوانی چندمتغیره باید برای برآورد SRI، بر مقادیر رواناب توابع توزیع حاشیه‌ای را برازش داد. شکل ۲ تغییرات رواناب در ایستگاه برطین میناب را نشان می‌دهد. بر اساس نتایج تغییرات رواناب در مقیاس ۱۲ ماهه دارای بیشترین فراوانی خشکسالی در منطقه شناخته شد. لذا مقیاس زمانی ۱۲ ماهه برای ادامه تحلیل انتخاب گردید.

بر اساس نتایج بدست آمده، از سال ۱۳۶۵ تا سال ۱۳۹۷ کاهش معنی‌داری در مقادیر رواناب دیده می‌شود. طی سال‌های ۱۳۷۰ تا ۱۳۷۸ مقادیر رواناب ماهانه بیش از متوسط بلندمدت بوده و از سال ۱۳۸۰ به بعد دامنه نوسانات دبی، رو به کاهش است. بطوری‌که میانگین جریان طی دوره ۱۳۶۵ تا ۱۳۷۹، از ۹/۴۷ مترمکعب بر

کلموگروف-اسمیرنوف (K-S^۱)، معیار آکائیک (AIC^۲) و معیار بیزین (BIC^۳) انتخاب و پارامترهای توابع توزیع حاشیه‌ای با استفاده از روش حداکثر احتمال (MLE^۴) برآورد گردید [۷].

توابع کاپولا

کاپولا نخستین بار توسط اسکالر معرفی شد [۱۴]. کاپولا توابعی هستند که توابع توزیع چندمتغیره را به توابع توزیع حاشیه‌ای تک‌بعدی متصل می‌کنند. تابع کاپولا می‌تواند ساختار همبستگی بین دو یا چند متغیر تصادفی را به نمایش بگذارد. اخیراً نیز این توابع به عنوان روشی عملی و کارآمد برای مدل‌سازی همبستگی داده‌های چندمتغیره مطرح شده است [۲۴، ۲۵].

به طور کلی، توابع کاپولا به دو دسته پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم می‌شوند. ارجحیت کاپولا‌های پارامتریک در استفاده از پارامتر بوده است. برای تعریف دقیق از کاپولا، تئوری اسکالر مطرح می‌شود. اگر متغیرهای تصادفی X₁, ..., X_n به ترتیب تابع توزیع حاشیه‌ای دل‌خواه F₁(X₁), ..., F_n(X_n) را دنبال کنند، یک کاپولا، C، وجود دارد که این تابع، توزیع حاشیه‌ای را با تابع توزیع F₁(X₁), ..., F_n(X_n) به صورت زیر ترکیب می‌کند:

(۷)

$$F(X_1, \dots, X_n) = C\{F_1(X_1), \dots, F_n(X_n)\} = C(u_1, \dots, u_n) \text{ و } X_1, \dots, X_n \in R$$

اگر توزیع‌های حاشیه‌ای F_i(X_i) پیوسته باشند، تابع C منحصر به فرد است. برعکس، اگر C یک تابع K بعدی باشد، F یک تابع توزیع N بعدی و F₁(X₁), ..., F_n(X_n) توزیع حاشیه‌ای مربوطه است.

گروه‌های بسیاری از کاپولا وجود دارند و عمدتاً موارد زیر شامل می‌شوند: متا-بیضوی^۵ (عادی و t)، کاپولای ارشمیدسی (کلایتون، گمبل، فرانک، علی میکائیل-حق)، کاپولای مقادیر حدی (گمبل، هاسلر-ریس، گالامبوس،

1. Kolmogorov-Smirnov

2. Akaike information criterion

3. Bayesian information criterion

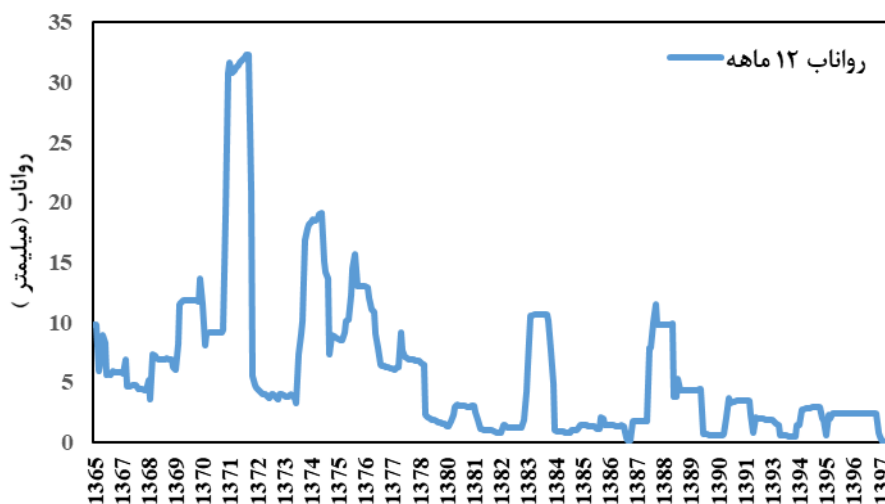
4. maximum likelihood estimation

5. Meta-elliptical

برازش بر مقادیر رواناب استاندارد شده را با استفاده از معیار اکائیک و بیزین و کلموگروف اسمیرنوف را ارائه می‌دهد. برای مقادیر رواناب، تابع ویبول بهترین برازش را دارا بود. انتخاب بهترین تابع حاشیه‌ای بر اساس میزان AIC و BIC می‌باشد که هر چه مقدار این دو معیار ارزیابی کمتر باشد، نشان‌دهنده این است که تابع حاشیه‌ای برازش بهتری بر متغیرهای مورد بررسی دارد.

ثانیه و طی دوره ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۷، به ۲/۹۵ مترمکعب بر ثانیه کاهش داشته است.

توابع توزیع حاشیه‌ای (نرمال، لوگ نرمال، گاما، ویبول، لجستیک و نمایی) بر مقادیر رواناب ۱۲ ماهه برازش داده شد و مقدار SRI بر اساس بهترین تابع توزیع برازش شده برای ایستگاه مورد مطالعه بدست آمد. پارامترها با روش MLE برآورد گردید. جدول ۲ خلاصه‌ای از آزمون نکوئی



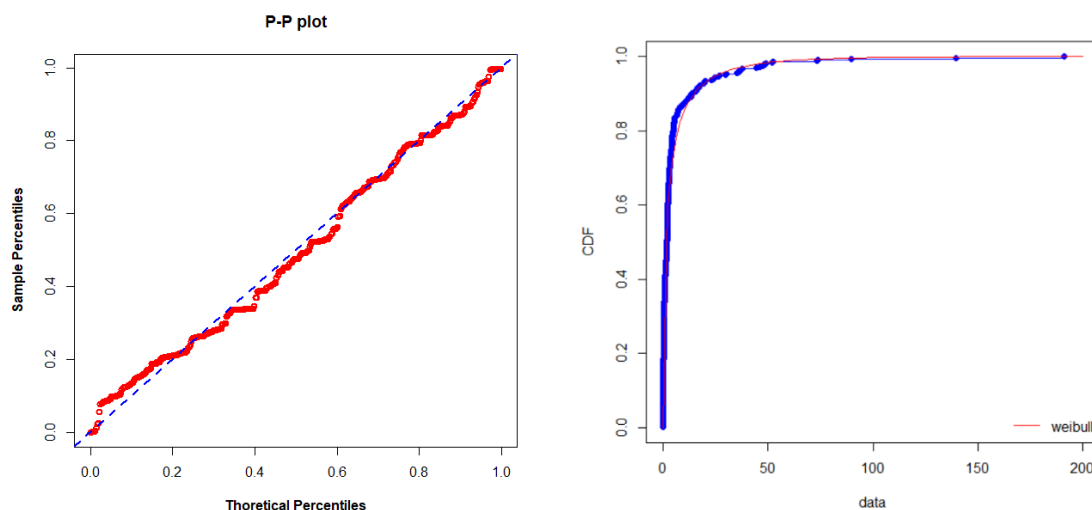
شکل ۲- تغییرات رواناب ماهانه در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه در ایستگاه مورد بررسی

جدول ۲- آماره‌ها و معیار برازش تعیین بهترین مدل برازش شده بر شاخص رواناب (در سطح معنی‌دار ۵ درصد)

نام تابع	پارامترها	K-S	AIC	BIC
لوگ نرمال	$\mu=1/21; \sigma=1/23$	۰/۲۹	۲۱۹۳/۶۱	۲۲۰۱/۵۱
ویبول	$a=0/47; b=2/5$	۰/۰۶	۱۶۰۳/۶۱	۱۶۱۱/۵۷
گاما	$\beta=1/0.5; \alpha=0/0.6$	۰/۰۷۵	۲۱۲۸/۲۱	۲۱۳۶/۱۱
نرمال	$\mu=5/81; \sigma=6/15$	۰/۱۷	۲۴۹۵/۹۷	۲۵۰۳/۸۷
لجستیک	$\mu=4/81; \sigma=2/90$	۰/۳۳	۲۳۹۸/۵۶	۲۴۰۶/۴۷
نمایی	$17/0=\alpha$	۰/۱۶	۲۱۲۶/۹۵	۲۴۰۶/۴۷

خط نیم‌ساز احتمال تجربی داده‌های واقعی است و نقاط قرمز نشان دهنده مقدار احتمال داده‌ها را به صورت چندکی نشان می‌دهد. هرچقدر نقاط قرمز به خط احتمال تجربی نزدیک باشد می‌توان گفت برآوردگر بهترین برآورد را داشته و تابع ویبول به خوبی توانسته داده‌ها را برآورد کند.

علاوه بر نتایج آماری، پلات‌های CDF و P-P تابع حاشیه‌ای مناسب برای رواناب در شکل ۳ نشان داده شده است. این شکل نمودار چگالی احتمال را بر داده‌های رواناب در حوضه سد استقلال میناب نشان می‌دهد. محور لایها محور تابع چگالی است که میزان فراوانی هر واقعه را نسبت به کل فراوانی‌ها نشان می‌دهد. در روش تئوریک برشاخص رواناب تابع ویبول بهترین برازش بر مقادیر رواناب دارد. پلات p-p نشان می‌دهد که تابع توزیع به مقادیر تجربی برآورد شده نزدیک است یا خیر.



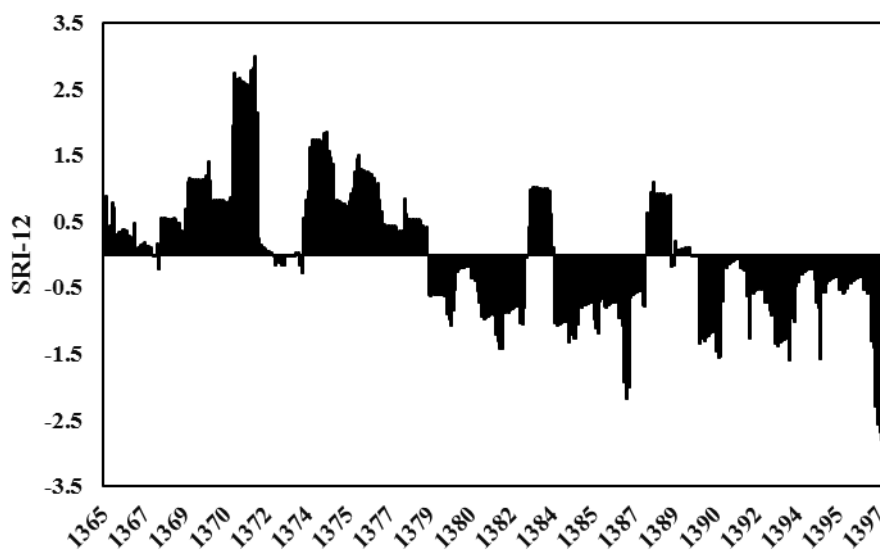
شکل ۳- P-P و CDF پلات توزیع‌های حاشیه‌ای برازش شده بر شاخص رواناب با روش تئوریک

خشکسالی شده است که حداکثر شدت رخ داده ۷۵ درصد بوده که با تداوم ۹۶ ماهه (بالغ بر ۸ سال متوالی از سال ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۷) رخ داده است.

در دوره مورد بررسی، حداکثر پیک خشکسالی رخ داده ۳/۱۳ است که در سال ۱۳۹۷ اتفاق افتاده است. به‌طور متوسط، منطقه شدتی برابر ۲۲/۵۱، با زمان تداومی برابر ۳۰/۸۳ و پیکی برابر ۱/۱۸ را تجربه نموده است.

پایش خشکسالی با استفاده از شاخص ۱۲-SRI در ایستگاه مورد بررسی

مقادیر عددی شاخص SRI برای دوره آماری ۱۳۶۵ تا ۱۳۹۷ برای ایستگاه مورد نظر ترسیم شده است. منطقه مورد بررسی از سال ۱۳۶۵ تا ۱۳۷۸ در ترسالی به‌سر می‌برد و از سال ۱۳۸۰ به بعد به کرات تناوب خشکسالی‌های شدید و خیلی شدید مشاهده می‌شود. می‌توان گفت از این سال به بعد، منطقه وارد فاز ۲۷ ساله



شکل ۴- مقادیر عددی شاخص خشکسالی هیدرولوژیکی در حوضه مورد مطالعه

جدول ۳- مشخصه‌های خشکسالی هیدرولوژیکی در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه

مشخصه/مقیاس	حداکثر شدت	متوسط شدت	حداقل شدت	حداکثر تداوم (ماه)	متوسط تداوم (ماه)	حداقل تداوم (ماه)	حداکثر	متوسط	حداقل
۱۲	۷۵/۶۷	۲۲/۵۱	۰/۰۲	۹۶	۳۰/۸۳	۲	۳/۱۳	۱/۱۸	۰/۰۱

متغیرهای خشکسالی شدت، مدت و پیک توابع توزیع حاشیه‌ای برازش داده شد و بر اساس معیار ارزیابی AIC، BIC بهترین تابع توزیع بدست آمد به گونه‌ای که هرچقدر مقدار این معیارها کمتر باشد تابع توزیع مناسب‌تر است. طبق نتایج بدست آمده، تابع گاما برای متغیر شدت و لوگ نرمال و ویبول به ترتیب برای متغیر مدت و پیک بهترین برازش را داشته است.

برازش توابع کاپولا و آزمون نکویی برازش بر مشخصه‌های خشکسالی

پس از تأیید همبستگی معنی‌دار بین متغیرهای خشکسالی و انتخاب بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای، از توابع توزیع کاپولا خانواده ارشمیدسی و بیضوی برای ترکیب متغیرها مورد استفاده قرار گرفت. آزمون بهترین تابع کاپولا برازش شده بر اساس مقدار P-Value می‌باشد به گونه‌ای که هرچه مقدار P-Value بزرگ‌تر و نزدیک به یک باشد، بیانگر بهترین کاپولا برازش شده است.

در جدول ۶ جزئیات کاپولای پارامتریک برازش شده ارائه شده است. بر اساس نتایج، از میان توابع برازش داده شده، کاپولای گامبل در دو متغیر شدت و مدت، کاپولای نرمال در متغیر مدت-پیک و شدت-پیک و همچنین کاپولای فرانک در تلفیق سه متغیر شدت-مدت-پیک به عنوان بهترین توابع برازش انتخاب شدند. شکل (۶) گراف نیکویی برازش کاپولای فرانک را بر متغیرهای شدت، مدت و پیک نشان می‌دهد. پلات سه بعدی سمت چپ (ب) احتمال سه متغیره را نسبت به هم با استفاده از تابع کاپولا فرانک نشان می‌دهد. نمودار سمت راست تابع توزیع تجمعی سه متغیره را با استفاده از دو روش کاپولای تجربی و کاپولای تئوری (فرانک) مورد بررسی قرار می‌دهد.

برازش تابع توزیع حاشیه‌ای و انتخاب مناسب‌ترین کاپولا بر مشخصه‌های خشکسالی

بر آورد همبستگی بین مشخصه‌ها

قبل از آنالیز سه‌متغیره خشکسالی باید همبستگی بین متغیرها مشخص شود. برای ارزیابی همبستگی بین مشخصه‌های خشکسالی هیدرولوژیکی از دو روش آماری و گرافیکی استفاده شد. نتایج ضرایب همبستگی اسپیرمن رو در جدول ۴ ارائه گردید. براساس نتایج بین تمام متغیرهای مورد بررسی به‌صورت دو به دو همبستگی معنی‌داری در حدود اطمینان ۹۵٪ وجود دارد.

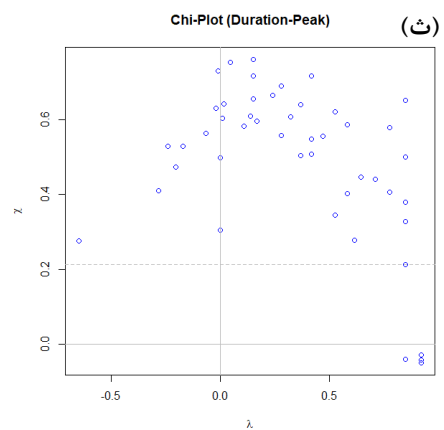
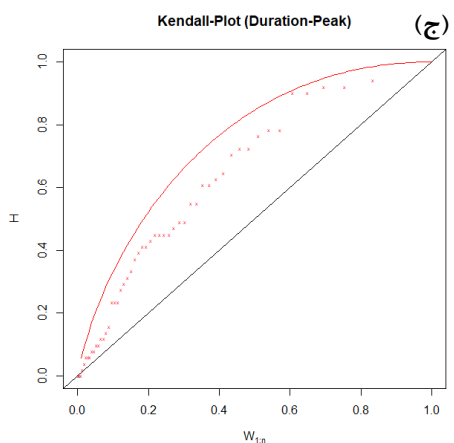
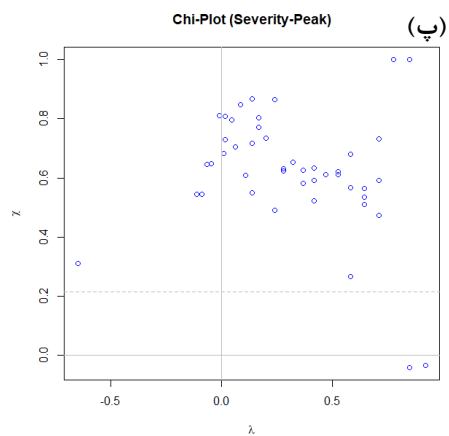
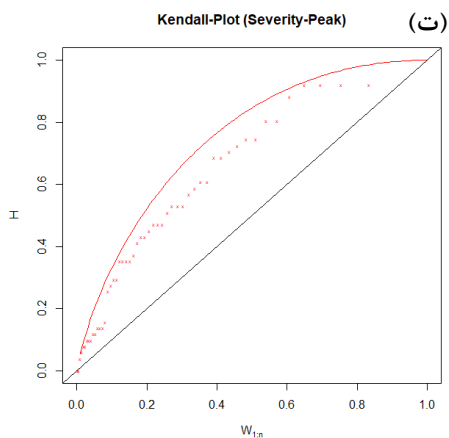
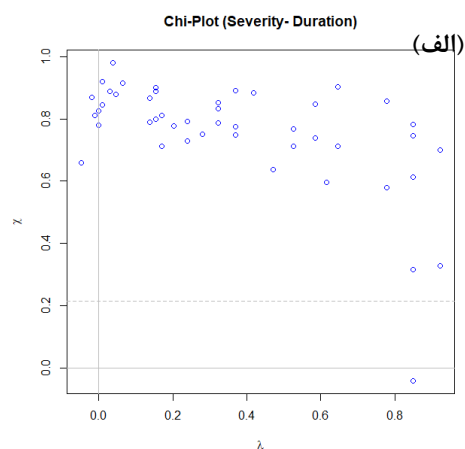
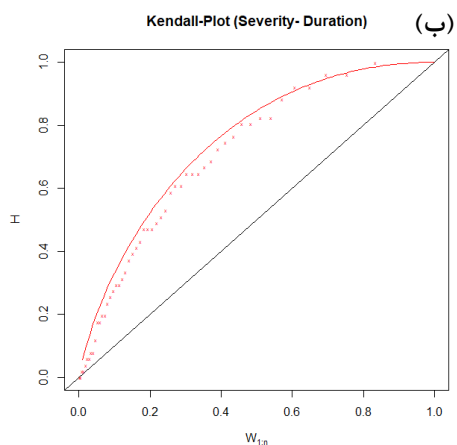
برای بررسی گرافیکی همبستگی متغیرها از کای پلات و کندال پلات استفاده شد. این دو گراف ابزاری برای بررسی ساختار همبستگی بین دو متغیر هستند. کای پلات (شکل ۵ الف، پ و ث) و کندال پلات (شکل ب، ت و ج) برای مشخصه‌های خشکسالی در زیرحوزه آبخیز میناب ارائه شده است. در کندال پلات، زمانی همبستگی دارند که داده‌ها از خط مورب دور شوند. نقاط بالای خط مورب نشان‌دهنده همبستگی مثبت و نقاط زیر خط مورب نشان‌دهنده همبستگی منفی است.

بر اساس نتایج کندال پلات، انحراف قوی‌تری از خط مورب دیده می‌شود که نشان‌دهنده وجود همبستگی مثبت بین متغیرهای شدت، مدت و پیک خشکسالی است. در کای پلات، خط چین حدود اطمینان ۵ درصد است. بر اساس شکل فوق، انحراف قویی از باند اطمینان برای متغیرهای خشکسالی مشاهده گردید و بیش از ۹۵ درصد داده‌های دور از محدوده اطمینان کای پلات قرار دارند، لذا همبستگی قابل قبولی بین متغیرها وجود دارد و می‌توان در تحلیل سه‌متغیره استفاده نمود.

پس از اثبات همبستگی بین متغیرها، در حوزه مورد مطالعه با استفاده از روش تئوریک برای هر یک از

جدول ۴- همبستگی مشخصه‌های خشکسالی هیدرولوژیکی با روش اسپیرمن

ضریب/ مشخصه‌ها	مدت- شدت	پیک- شدت	مدت- پیک
رو اسپیرمن	۰/۹۸	۰/۸۸	۰/۸۴



شکل ۵- نمودار کای پلات و کندال پلات مشخصه‌های خشکسالی شدت-مدت (الف و ب)، شدت-پیک (پ و ت) و مدت-پیک (ث و ج)

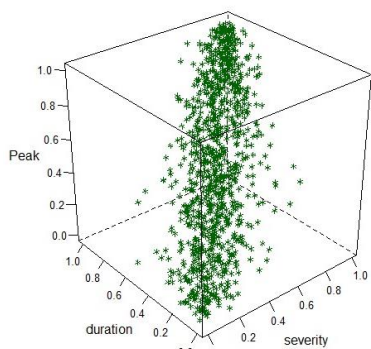
جدول ۵- توابع توزیع حاشیه‌ای مشخصه‌های خشکسالی

متغیر	تابع	K-S	پارامتر	شاخص ارزیابی
شدت	لوگ نرمال	۰/۱۲	$\mu=2/18$; $\sigma=2/25$	AIC= 463/86; BIC=467/76
	ویبول	۰/۰۸۴	$a=0/57$; $b=25/24$	AIC=455/52; BIC=459/43
	گاما	۰/۰۸۵	$\beta=0/44$; $\alpha=0/01$	AIC= 454/33; BIC=458/23
	نرمال	۰/۲۳	$\mu=38/22$; $\sigma=52/01$	AIC= 562/52; BIC=566/42
	لوجستیک	۰/۲۴	$\mu=28/42$; $\sigma=25/61$	AIC= 554/06; BIC=557/96
	نمایی	۰/۲۷	$\alpha=0/02$	AIC= 484/91; BIC=486/86
مدت	لوگ نرمال	۰/۱	$\mu=2/96$; $\sigma=1/31$	AIC= 488/37; BIC=492/27
	ویبول	۰/۱۲	$a=0/85$; $b=37/04$	AIC= 490/41; BIC=494/31
	گاما	۰/۱۴	$\mu=0/80$; $\sigma=0/01$	AIC= 491/18; BIC=495/08
	نرمال	۰/۲۵	$\mu=40/48$; $\sigma=47/93$	AIC= 554/02; BIC=557/92
	لوجستیک	۰/۲۲	$\mu=31/81$; $\sigma=23/84$	AIC=546/03; BIC=549/93
	نمایی	۰/۱۸	$\alpha=0/02$	AIC= 490/88; BIC=492/83
پیک	لوگ نرمال	۰/۱۹	$\mu=-0/11$; $\sigma=1/31$	AIC= 169/79; BIC=173/69
	ویبول	۰/۱۵	$a=1/23$; $b=1/53$	AIC= 143/89; BIC=147/79
	گاما	۰/۱۶	$\mu=1/16$; $\sigma=0/80$	AIC= 145/96; BIC=149/86
	نرمال	۰/۱۲	$\mu=1/45$; $\sigma=0/97$	AIC= 148/73; BIC=152/64
	لوجستیک	۰/۱۲	$\mu=1/44$; $\sigma=0/59$	AIC=153/55; BIC=157/46
	نمایی	۰/۱۶	$\alpha=0/68$	AIC= 144/73; BIC=146/68

جدول ۶- نتایج برازش بهترین کاپولا بر متغیرهای مورد بررسی

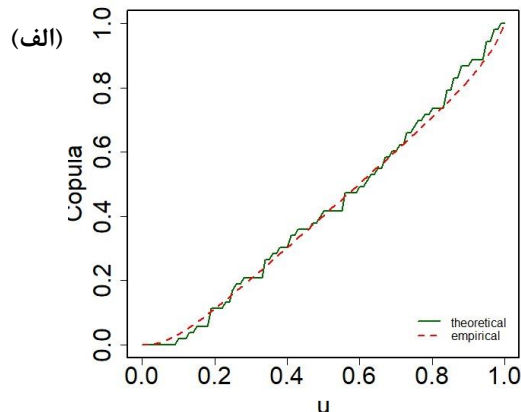
نام متغیر	کاپولای منتخب	P-Value	پارامتر	آماره Sn
شدت- مدت	گامبل	۰/۹۷	۵/۸۹	۰/۰۱
مدت- پیک	نرمال	۰/۹۵	۰/۸۰	۰/۰۲
شدت- پیک	نرمال	۰/۹۷	۰/۸۹	۰/۰۱
شدت- مدت- پیک	فرانک	۰/۵۳	۱۱/۱۵	۰/۰۳

Goodness of fit Frank copula



(ب)

Theoretical vs empirical of Frank copula(dim=3)



(الف)

شکل ۶- گراف نکوئی برازش بهترین کاپولای سه متغیره (الف) پلات تابع توزیع تجمعی فرانک کاپولا با تابع توزیع تجربی؛ و (ب) پلات ابری احتمال سه متغیره تابع فرانک

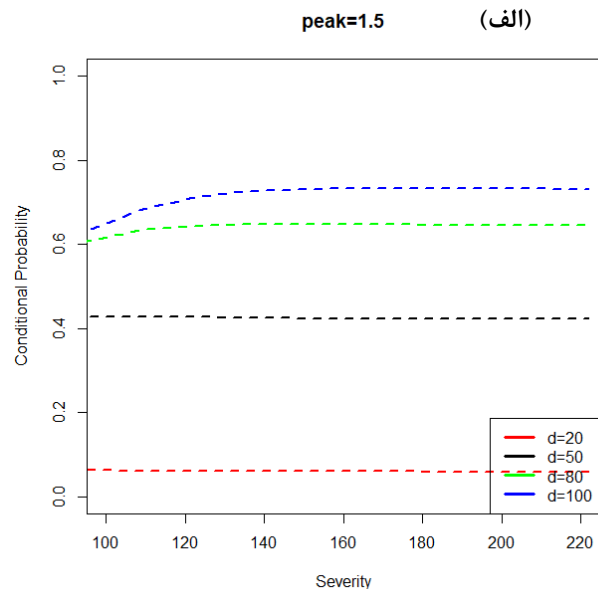
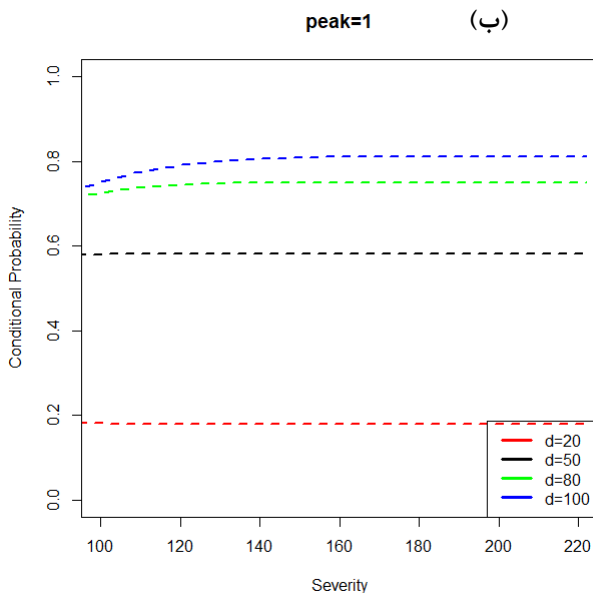
دوره بازگشت شرطی

با استفاده از معادله ۸، احتمال شرطی سه متغیره شدت خشکسالی در تداوم‌های ۲۰، ۵۰، ۸۰ و ۱۰۰ ماهه با مقادیر پیک ۱ و ۱/۵ مورد بررسی قرار گرفت. این آستانه‌ها با توجه به این که بیشترین فراوانی را در منطقه مورد مطالعه داشتند، انتخاب گردید. نتایج در شکل ۷ ارائه شده است. در این شکل با ثابت ماندن تداوم خشکسالی و افزایش پیک از ۱ به ۱/۵ احتمال شدت خشکسالی کاهش و به عبارتی دوره بازگشت خشکسالی افزایش می‌یابد.

به‌عنوان نمونه $d=50$ month و $s \leq 220$ برای $p=1$ ، احتمال برابر ۰/۷۶ یا دوره بازگشت این واقعه ۴/۲ سال

خواهد بود، اما با افزایش پیک خشکسالی به $p=1.5$ ، احتمالی برابر ۰/۶۶ یا دوره بازگشت ۳/۳۳ سال خواهد بود. به این معنی که افزایش پیک خشکسالی سبب کاهش دوره بازگشت شرطی می‌گردد و میزان ریسک یا خطر افزایش می‌یابد.

لذا افزایش پیک خشکسالی سبب افزایش ریسک خشکسالی می‌گردد. به این مفهوم که چنانچه زمان تداوم خشکسالی طی یک دوره تغییر نکند، هر قدر پیک خشکسالی در منطقه افزایش یابد، شدت خشکسالی افزایش و احتمال وقوع آن کاهش و دوره بازگشت واقعه کاهش می‌یابد، لذا ریسک خشکسالی افزایش خواهد یافت.



شکل ۷- گراف دوره بازگشت سه متغیره (شرطی) برای مقادیر پیک خشکسالی ۱/۵ (الف) و (ب) پیک برابر یک

بحث

تحقیق حاضر با هدف تحلیل فراوانی چندمتغیره خشکسالی هیدرولوژیکی در حوضه سد استقلال میناب صورت پذیرفته است. در این تحقیق از شاخص SRI در مقیاس زمانی ۱۲ ماهه استفاده شد.

براساس نتایج اژدری و همکاران [۶] در این حوضه بیشترین درصد فراوانی خشکسالی‌ها ۱۲ ماهه یه یکساله بوده لذا، از SRI-12 استفاده گردید. براساس نتایج از سال ۱۳۸۰ به بعد کاهش دبی جریان رودخانه میناب کاهش یافته، به طوری که میانگین ماهانه دبی جریان از ۹/۴۷ به

۲/۹۵ مترمکعب بر ثانیه کاهش داشته است. نتایج عباس‌زاده و همکاران [۱] و اژدری و همکاران [۶] نیز روند کاهش دبی را در این حوضه تأیید می‌کنند. براساس نتایج عباس‌زاده و همکاران [۱] مهم‌ترین دلایل کاهش جریان رودخانه در این حوضه، در درجه اول کاهش بارش و سپس افزایش سطح زیرکشت اراضی از ۵ به ۱۳ درصد معرفی نمود.

نتایج حاصل از برازش توابع حاشیه‌ای بر مقادیر رواناب نشان داد، تابع ویبول مناسب‌ترین تابع بر آن است، نتایج محققانی همچون اژدری و همکاران [۶] و توسون اغلو و

نتیجه‌گیری کلی

جنبه‌های مختلف خشکسالی این ضرورت را ایجاد می‌کند که از تحلیل فراوانی چندمتغیره حاصل از رویکردهای ترکیبی استفاده نمود. تحلیل فراوانی چندمتغیره به درک تفصیلی و جامع خشکسالی کمک شایانی می‌کنند.

در این مطالعه، از توابع کاپولا به عنوان ابزاری برای تحلیل چندمتغیره خشکسالی استفاده گردید. حوضه میناب از سال ۱۳۶۵ تا ۱۳۷۹ از نظر رژیم هیدرولوژیکی دارای شرایط مناسبی بوده اما طی سال ۱۳۸۰ تا کنون میزان دبی آن به طور متوسط $4/5$ برابر کاهش یافته است که در کاهش جریان رودخانه عوامل طبیعی و انسانی توسط محققان مختلف معرفی شده است.

نتایج بررسی توابع حاشیه‌ای بر مقادیر متغیرهای شدت، مدت و پیک خشکسالی منطقه مورد مطالعه به ترتیب تابع گاما، لوگ نرمال و ویبول بهترین برازش را داشت. نتایج تحلیل دوره بازگشت نشان داد با افزایش تداوم و شدت خشکسالی، پیک خشکسالی نیز افزایش یافته و احتمال آن کاهش و به عبارتی با دوره بازگشت کمتر رخ داده، لذا ریسک واقعه افزایش می‌یابد.

یکی از مهم‌ترین چالش‌های تحقیق حاضر، کوتاه‌بودن طول دوره آماری یا تعداد نمونه داده‌های هیدرولوژیکی در منطقه مورد مطالعه است که سبب افزایش عدم قطعیت احتمالاتی خشکسالی می‌گردد. این نقص می‌تواند با تولید داده‌های مصنوعی با کمک تکنیک بوت استرپ یا مونت-کارلو رفع گردد. لذا در ادامه این تحقیق، تحلیل عدم قطعیت احتمالاتی چندمتغیره خشکسالی هیدرولوژیکی پیشنهاد می‌گردد.

با توجه به اثرات تغییر اقلیم و عوامل انسانی بر این منطقه، قطعاً در آینده منطقه با بحران جدی‌تر خشکسالی مواجه خواهد بود. یافته‌های این تحقیق برای کاهش اثرات خشکسالی و برنامه‌ریزی توسعه منابع آب در آینده در حوضه میناب و مناطق با شرایط مشابه مفید خواهد بود.

همکاران [۲۷] نیز نشان دادند، تابع ویبول، مناسب‌ترین تابع برازش بر دبی جریان است.

بر اساس نتایج بدست آمده، بیشترین فراوانی پیک مشاهده شده در منطقه ۱ و سپس $1/5$ است. بر این اساس دوره بازگشت شرطی شدت خشکسالی در تداوم‌های مختلف خشکسالی برآورد گردید. لذا بعد از تأیید همبستگی متغیرها، توابع حاشیه‌ای برآورد و تابع کاپولای دوبعدی و سه‌بعدی متغیرها برآورد شد. بر اساس نتایج، از میان توابع برازش داده شده، کاپولای گامبل در دو متغیر شدت و مدت، کاپولای نرمال در متغیر مدت-پیک و شدت-پیک و همچنین کاپولای فرانک در تلفیق سه متغیر شدت-مدت-پیک به عنوان بهترین توابع برازش انتخاب شدند.

نتایج تیموری و همکاران [۲۸] و گودرزی و همکاران [۱۴] نیز در تحلیل دومتغیره خشکسالی در عموم ایستگاه‌های مورد بررسی تابع فرانک (توابع ارشمیدسی) را مناسب‌ترین تابع توزیع معرفی نمودند. توابع ارشمیدسی اغلب در کوچل دو متغیر بهتر از توابع بیضوی عمل می‌کنند.

نتایج احتمال شرطی سه متغیره نشان داد، با ثابت‌ماندن تداوم خشکسالی، افزایش پیک خشکسالی سبب افزایش احتمال شدت و ریسک خشکسالی می‌گردد. در حالی که چنانچه زمان تداوم خشکسالی کاهش یابد، با افزایش پیک خشکسالی، احتمال وقوع آن کاهش و دوره بازگشت واقعه کاهش و ریسک نیز خشکسالی افزایش خواهد یافت، نتایج آسیته و همکاران [۲] و آیانتابو و همکاران [۵] در تحلیل ریسک سه‌متغیره خشکسالی هواشناسی نیز مبنی بر افزایش پیک و شدت خشکسالی با کاهش زمان تداوم خشکسالی است.

References

- [1]. Abbaszadeh, M., Bazrafshan, O., Mahdavi, R., Sardooi, E. R., & Jamshidi, S. (2023). Modeling Future Hydrological Characteristics Based on Land Use/Land Cover and Climate Changes Using the SWAT Model. *Water Resources Management*, 1-18.
- [2]. Achite, M., Bazrafshan, O., Wał ęga, A., Azhdari, Z., Krakauer, N., & Caloiero, T. (2022). Meteorological and Hydrological Drought Risk Assessment Using Multi-Dimensional Copulas in the Wadi Ouahrane Basin in Algeria. *Water*, 14(4), 653. doi: 10.3390/w14040653.
- [3]. AghaKouchak, A., Bárdossy, A., & Habib, E. (2010). Conditional simulation of remotely sensed rainfall data using a non-Gaussian v-transformed copula. *Advances in Water Resources*, 33, 624-634. doi: 10.1016/j.advwatres.2010.02.010
- [4]. Avşaroğlu, Y., & Gumus, V. (2022). Assessment of hydrological drought return periods with bivariate copulas in the Tigris river basin. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 134, 95. doi: 10.1007/s00703-022-00933-2
- [5]. Ayantobo, O., Li, Y., & Song, S. (2019). Copula-based trivariate drought frequency analysis approach in seven climatic sub-regions of mainland China over 1961–2013. *Theoretical and Applied Climatology*, 137, 2217-2237. doi: 10.1007/s00704-018-2724-x
- [6]. Azhdari, Z., bazrafshan, O., Bazrafshan, J., Shekari, M., & Zamani, H. (2021). Meteorological drought monitoring based on multivariate statistical and probability indices in Hormozgan province. *Journal of Arid Biome*, 10(2), 1-17. doi: 10.29252/aridbiom.2021.15258.1821 [in Farsi]
- [7]. Azhdari, Z., Bazrafshan, O., Zamani, H., Shekari, M., Psingh, V. (2021). Hydro-meteorological drought risk assessment using linear and nonlinear multivariate, *Physics and Chemistry of the Earth*, 123, doi: 10.1016/j.pce.2021.103046 [in Farsi]
- [8]. Bazrafshan, O., Zamani, H., Mozaffari, E., Azhdari, Z., & Shekari, M. (2023). Trivariate risk analysis of meteorological drought in Iran under climate change scenarios. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 135(6), 52. doi: 10.1007/s00703-023-00988-9
- [9]. Bhuiyan, C. (2004). Various drought indices for monitoring drought condition in Aravalli terrain of India. In Proceedings of the XXth ISPRS Congress, Istanbul, Turkey.
- [10]. Doesken, N. J., & Garen, D. (1991). Drought monitoring in the Western United States using a surface water supply index. In: Proceedings of the 7th Conference on Applied Climatology, Salt Lake City, UT, USA.
- [11]. Dracup, J. A., Lee, K. S., & Paulson Jr, E. G. (1980). On the definition of droughts. *Water Resource Research*, 16, 297-302. doi: 10.1029/WR016i002p00297
- [12]. Esit, M., & Yuce, M. I. (2023). Copula-based bivariate drought severity and duration frequency analysis considering spatial-temporal variability in the Ceyhan Basin, Turkey. *Theoretical and Applied Climatology* 151, 1113-1131. doi: 10.1007/s00704-022-04317-9
- [13]. EskandariPour, M., & Soltaninia, S. (2021). Analyzing the duration frequency and severity of drought using copula function in the Yazd city. *Journal of Water Climate Change*, 13(1), 67-82. doi: 10.2166/wcc.2021.366
- [14]. Goodarzi, M., Fatehifar, A., & Avazpoor, F. (2019). Bivariate Analysis of the Impact of Climate Change on Drought with SPEI Index and Coppola Functions (Case Study: Dugonbadan). *Iran-Water Resources Research*, 15(4), 352-365. [in Farsi]
- [15]. Gusyev, M., Hasegawa, A., & Magome, J. (2015). Drought assessment in the Pampanga River basin, the Philippines – Part 1: Characterizing a role of dams in historical droughts with standardized indices. In Proceedings of the 21st international congress on modelling and simulation (MODSIM 2015), Queensland, Australia.
- [16]. Joe, H. (1997). *Multivariate Models and Dependence Concepts*, Chapman & Hall.
- [17]. Mirabbasi, R., Fakheri-Fard, A., & Dinpashoh, Y. (2012). Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical Applied Climatology*, 108, 191-206. doi: 10.1007/s00704-011-0524-7
- [18]. Nafii, A., Lamane, H., Taleb, A., & El Bilali, A. (2023). An approach based on

- multivariate distribution and Gaussian copulas to predict groundwater quality using DNN models in a data scarce environment. *MethodsX*, 10, 102034.
- [19]. Nalbantis, I., & Tsakiris, G. (2009). Assessment of hydrological drought revisited. *Water Resources Management*, 23, 881-897. doi: 10.1007/s11269-008-9305-1
- [20]. Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*, Springer.
- [21]. Niemeier, S. (2008). New drought indices. *Options Méditerranéennes, Série A*, 80, 267-274.
- [22]. Palmer, W. C. (1965). Meteorological drought. *US Weather Bureau Res. Paper*, 45, 1-58.
- [23]. Shiau, J. T. (2006). Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resources Management*, 20, 795-815. doi: 10.1007/s11269-005-9008-9
- [24]. Shiau, J. T., & Modarres, R. (2009). Copula-based drought severity-duration-frequency analysis in Iran. *Meteorological applications*, 16, 481-489. doi: 10.1002/met.145
- [25]. Sklar, M. (1959). Functions de repartition a n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris*, 8, 229-231.
- [26]. Teimouri, M., Asadi Nalivan, O., & Elahi, S. (2023). The Probabilistic Analysis of Drought Severity- Duration in North Khorasan Province using Copula Functions. *Watershed Management Research Journal*, 36(2), 36-52. doi: 10.22092/wmrj.2022.359052.1479 [in Farsi]
- [27]. Tosunoğlu, F., & Onof, C. (2017). Joint modelling of drought characteristics derived from historical and synthetic rainfalls: Application of Generalized Linear Models and Copulas. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 14, 167-181. doi: 10.1016/j.ejrh.2017.11.001
- [28]. Tsakiris, G., Kordalis, N., & Tsakiris, V. (2015). Flood double frequency analysis: 2D-archimedean copulas vs bivariate probability distributions. *Environmental Process*, 2, 705-716. doi: 10.1007/s40710-015-0078-2
- [29]. Zhang, L., & Singh, V. P. (2006). Bivariate flood frequency analysis using the copula method. *Journal of Hydrologic Engineering*, 11(2), 150-164. doi: 10.1061/(ASCE)1084-0699(2006)11:2(150)

Application of copula function in multivariate analysis of stream flow drought index (Case study: Minab Esteghlal Dam Basin) (Research Paper)

1- Fatemeh Pourhaghverdi, Ph.D. Student, Department of Natural Resources Engineering, Faculty of Agricultural and Natural Resources Engineering, University of Hormozgan, Bandarabbas, Iran.

2- Ommolbanin Bazrafshan*, Associate professor, Department of Natural Resources Engineering and Statistics, Faculty of Agricultural and Natural Resources Engineering, University of Hormozgan, Bandarabbas, Iran.

o.bazrafshan@hormozgan.ac.ir

3- Hamid Gholami, Associate professor, Department of Natural Resources Engineering, Faculty of Agricultural and Natural Resources Engineering, University of Hormozgan, Bandarabbas, Iran.

4- Marzieh Shekari, Assistant Professor, Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, University of Hormozgan, Bandarabbas, Iran.

5- Hossein Zamani, Assistant Professor, Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, University of Hormozgan, Bandarabbas, Iran.

Received: 02 Jul. 2023

Accepted: 18 Sep. 2023

Abstract

In analyzing the frequency of drought as a multifaceted phenomenon, summarizing the event in one variable reduces the reliability of the results. Bivariate and multivariate drought frequency analysis using copula functions makes it possible to estimate the return period of a drought event with specific intensity, duration and peak. In the present study, the stream drought index (SRI-12) was used to investigate the characteristics of drought using the monthly stream of Barnetin Station of the Esteghlal Minab Dam watershed. Spearman's correlation coefficient was used to analyze the dependence between hydrological drought variables and six marginal distribution functions for their modeling. Then, by using Archimedean and elliptical family copula, the best joint was selected and conditional multivariate analysis of hydrological drought was done. The results showed that gamma, lognormal, and Weibull distributions are the best marginal distribution functions for drought intensity, duration, and peak, respectively. The results of the copula fit show that the best copula function in analyzing the dependence between variables is Frank's copula. The three-variable conditional probability of drought severity in 20, 50, 80, and 100-year continuities and peaks of 1 and 1.5 were investigated. These thresholds were chosen considering that they were the most frequent in the study area. The results showed that the probability of drought intensity decreases with the drought duration remaining constant and the peak increase from 1 to 1.5, but with the drought duration and intensity increasing, the drought peak also increases.

Keywords: Drought characteristics, Conditional return period, Joint analysis drought, Frank's copula.